1 Risiko

1. K hat ein Vermögen von 200, davon entfallen 40 auf ein Auto. Die Wahrscheinlichkeit, dass das Auto gestohlen wird ist 25%. K überlegt Versicherung mit Neuwertersatz, also mit auszuzahlender Versicherungssumme von 40 bei Diebstahl. K's Neumann-Morgenstern Nutzenfunktion ist $U(W) = W^{0.7}$. Bestimme

   a) faire Versicherungsprämie gegen diesen Diebstahl $= \boxed{10}$

   b) die maximale Versicherungsprämie, die K zahlen würde $= \boxed{10.25}$

2. Die Bäuerin kann Weizen und/oder Mais anbauen. Je nach Wetter ergibt das die Erträge laut Tabelle bei Nutzung der Gesamtfläche für das jeweilige Produkt.
   Die Nutzenfunktion der Bäuerin ist $U = \log(Y)$. Bestimme den optimalen Flächenanteil für Weizenanbau

   $\boxed{0.26}$

	normal	zu feucht
Wahrscheinlichkeit	40%	60%
Weizen	29000	10000
Mais	19000	14000

2 Allgemeine Tauschgleichgewichte

1. Person A hat die Nutzenfunktion $U_A = x_A y_A^2$ und Person B die Nutzenfunktion $U_B = x_B^2 y_B$. Die gesamte Grundausstattung ist $x = (13,\ y = 16)$ (Verteilung der Grundgesamtheit ist hier irrelevant). Bestimme die Kontraktkurve als Funktion

   $y_A(x_A) = \boxed{\frac{64x_A}{1(13-x_A)+4x_A}}$

2. Für Personen A und B seien die Nutzenfunktionen $U_A = x_A y_A^2$ und $U_B = x_B^4 y_B$. Ihre Grundausstattungen mit den zwei Gütern sind $(x_A, y_A) = (8, 8)$ bzw. $(x_B, y_B) = (8, 7)$. Bestimme im paretooptimalen Tauschgleichgewicht

   (a) Preise $p_x = \boxed{1.19}$, $p_y = \boxed{1}$

   (b) die optimalen Konsummengen von B: $x_B^* = \boxed{11.1}$, $y_B^* = \boxed{3.31}$.

3 Allgemeine Produktionsgleichgewichte

1. Für ein Land mit Produktionsfunktionen $x = L_x$, $y = L_y^{0.4}$, fixer Arbeitsausstattung $L = 16$ und Nutzenfunktion $U = x^2 y^2$ bestimme

   (a) die Gleichgewichtsmengen ohne Aussenhandel $x^* = \boxed{11.4}$ und $y^* = \boxed{1.8}$

   (b) mit Aussenhandel und Weltmarktpreisen $p_x/p_y = 0.9$ die Nettoexportmengen

   $x_P^* - x_C^* = \boxed{7.5}$ und $y_P^* - y_C^* = \boxed{-6.8}$

2. Gegeben seien die Produktionsfunktionen $x = L_x^{0.6} K_x^{0.1}$ und $y = L_y^{0.8} K_y^{0.2}$ zur Herstellung zweier Güter sowie die verfügbaren Gesamtmengen zweier Faktoren $L = 12$ und $K = 12$. Bestimme

(a) die Grenzrate der technischen Substitution $\mathrm{MRTS}_x = \left.\frac{dK_x}{dL_x}\right|_{\bar{x}} = \boxed{\frac{0.6K_x}{0.1L_x}}$ als Funktion in K_x und L_x

(b) die Grenzrate der technischen Substitution $\mathrm{MRTS}_y = \left.\frac{dK_y}{dL_y}\right|_{\bar{y}} = \boxed{\frac{0.8K_y}{0.2L_y}}$ als Funktion in K_y und L_y

(c) die Paretomenge effizienter Faktorkombinationen $K_x(L_x) = \boxed{\frac{0.96L_x}{0.12(12-L_x)+0.08L_x}}$

3. In Land A gibt es 480 Einheiten Arbeit pro Monat, in B 420. In A ist das Konsumverhältnis K zu W 25/170, in B 225/24. In A werden pro Einheit K 6 Arbeitseinheiten benötigt, pro Einheit W 15. In B benötigt man für K 5 Arbeitseinheiten und für W 10. Bestimme für Land A bei Spezialisierung auf das Gut mit komparativem Vorteil:

   (a) Produktion $K_A = \boxed{0}$, $W_A = \boxed{42}$

   (b) Nettoexportmengen (Exporte - Importe) $E_K^{net} = \boxed{75}$ und $E_W^{net} = \boxed{-34}$
   Auf richtiges Vorzeichen achten!

4 Wohlfahrtsökonomie

1. Gegeben sind 2 Personen mit Nutzenfunktionen $U_A = K_A T_A$ bzw. $U_B = 0.75K_B + 2T_B$ und Gesamtausstattung von $K = 16$ und $T = 6$. Für $K_B = 8$, $T_B = 3$ bestimme

   (a) die Nutzen $U_A(K_A, T_A) = \boxed{24}$, $U_B(K_B, T_B) = \boxed{12}$, $U_A(K_B, T_B) = \boxed{24}$ und $U_B(K_A, T_A) = \boxed{12}$. Ist diese Allokation demnach gerecht? $\boxed{\text{ja}}$

   (b) die (dT/dK) Substitutionsraten $\mathrm{MRS}_A = \boxed{0.38}$ bzw. $\mathrm{MRS}_B = \boxed{0.38}$ für diese Allokation. Ist diese Allokation demnach in etwa fair? $\boxed{\text{ja}}$

Lösung: zu (a) Nein, weil Nutzen von A bei (9,0) kleiner ist als bei (8,3)

zu (b) Ja, weil der Nutzen der vertauschten Allokation für beide geringer wäre: $U_A(8,3) \geq U_A(8,3)$ und $U_B(8,3) \geq U_B(8,3)$

zu (c) Ja, weil MRSA = MRSB.

5 Asymmetrische Information

1. Die Herstellung von x Outputeinheiten mit einer Maschine kostet die Arbeiterin $c(x) = \frac{x^2}{2}$ (Nutzenrückgang). Ihr Reservationsnutzen ist $\bar{u} = 0$. Der Preis für eine Outputeinheit ist 1.

   (a) Welche Pacht würde die Arbeiterin für die Maschine gerade noch bezahlen?

   Lösung: Arbeiterin maximiert $x - c(x) - P \Rightarrow 1 - x = 0 \Rightarrow x = 1$. Die maximale Pacht wäre also bei $1 - 1/2 - P = 0 \Rightarrow \ P = 0.5$

(b) Was wäre der (für den Unternehmer) optimale Lohnarbeitsvertrag $w \cdot x + K$? (Mittels K soll für die Arbeiterin die Partizipationsbedingung erfüllt werden).

Lösung: Unternehmer maximiert Gewinn $\pi = x - wx - K$ unter der Nebenbedingung, dass Arbeiterin den Vertrag erfüllt $wx - \frac{x^2}{2} + K = \bar{u}$ $\mathcal{L} = x - wx - K + \lambda(wx + K - \frac{x^2}{2} - \bar{u})$ Unternehmer wählt x und w optimal und passt K so an, dass die Arbeiterin den Reservationsnutzen bekommt.

$$\partial \mathcal{L}/\partial x = 0 \Rightarrow 1 - w + \lambda w - \lambda x = 0 \quad (1)$$

$$\partial \mathcal{L}/\partial w = 0 \Rightarrow -x + \lambda x = 0 \Rightarrow \lambda^* = 1 \quad (2)$$

$$\text{Aus (1)} \Rightarrow 1 - w + w - x = 0 \Rightarrow x^* = 1 \quad (3)$$

$$\partial \mathcal{L}/\partial \lambda = 0 \Rightarrow w + K = \frac{1}{2} \quad (4)$$

Damit die Arbeiterin $x = 1$ produziert, muss der Anreiz passen

$$U = wx + K - x^2/2 \Rightarrow \partial U/\partial x = w - x = 0 \Rightarrow w = x \Rightarrow w^* = 1 \quad (5)$$

Wieder in (4) eingesetzt, folgt $K = -\frac{1}{2}$. Der Gewinn für den Unternehmer ist damit 0.5. (Bei $w = 0.5$, wäre $3/8 < 1/2$) Beide Verträge (Lohnvertrag und Pacht) ergeben den selben Output!

(c) Angenommen, der Reservationsnutzen der Arbeiterin steigt auf $\bar{u} = 1$. Wie ändern sich die Antworten?

Lösung: Optimales x^* ist weiterhin 1, jedoch ändert sich die Pacht bzw. die Pauschalzahlung K. K würde auf $+1/2$ steigen. Auch die Pacht wäre negativ: $P = -1/2$.

2. Viele Firmen offerieren Praktika für WU-Absolventen. Sie wissen, dass 45% davon *low productivity* (l) sind und je Person 2100 erwirtschaften. Die übrigen sind *high productivity* (h) und erwirtschaften 3300. Das Lohnangebot basiert auf einem Aufnahmetest (mit F = Anzahl richtig beantworteter Fragen): Wenn $F < 80$ dann $w = 2100$, sonst $w = 3300$. Zum Erlernen einer Frage brauchen h–Typen 0.5 Stunden, l–Typen 1 Stunde. Beiden Typen ist eine Stunde Freizeit (nicht lernen) 20 Euro wert. Bestimme

(a) optimale Anzahl an Lernstunden der l-Typen $\boxed{0}$ und der h-Typen $\boxed{40}$

(b) ob das ein Trenn-Ggw. oder ein pooling Gleichgewicht ist $\boxed{\text{Trenn}}$

3. Der Gewinn der ASP Industries ist abhängig von der Marktnachfrage und vom Einsatz des Geschäftsführers. Der Einsatz ist nicht direkt beobachtbar. Die möglichen Gewinne (in Mio) in den einzelnen Szenarien und deren Wahrscheinlichkeiten sind in folgender Tabelle dargestellt:

Nachfrage	gering	mittel	hoch
mit Wahrscheinlichkeit	0.3	0.4	0.3
geringer Einsatz ($e = 0$)	5	10	15
hoher Einsatz ($e = 1$)	10	15	17

Die Nutzenfunktion des Geschäftsführers ist $U = 1000\sqrt{W} - 100e$, wobei W die Bezahlung (in Mio.) bezeichnet. Die Firma überlegt folgende Entlohnungsschemata:

(a) pauschales Gehalt von 0.575
(b) Zahlung von 6% des jährlichen Gewinns
(c) Eine Pauschale von 0.5 + Prämie von 1 wenn Gewinn > 15

Welches Entlohnungsschema wird die Firma wählen?

Lösung:
zu (1): $E(U|e=0) = 575000^{0.5} \simeq 758$ und $E(U|e=1) \simeq 658$
Daher $e = 0$ und erwarteter Gewinn $E(\pi) = 0.3 \cdot 5 + 0.4 \cdot 10 + 0.3 \cdot 15 - 0.575 = 9.425$

zu (2): $E(U|e=0) = 1000\sqrt{0.06} \cdot (0.3 \cdot 5^{0.5} + 0.4 \cdot 10^{0.5} + 0.3 \cdot 15^{0.5}) \simeq 759$
und $E(U|e=1) = 1000\sqrt{0.06} \cdot (0.3 \cdot 10^{0.5} + 0.4 \cdot 15^{0.5} + 0.3 \cdot 17^{0.5}) - 100 \simeq 815$
Daher $e = 1$ und $E(\pi) = (1 - 0.06) \cdot (0.3 \cdot 10 + 0.4 \cdot 15 + 0.3 \cdot 17) = 13.254$

zu (3): $E(U|e=0) = 500000^{0.5} \simeq 707$
und $E(U|e=1) = 0.7 \cdot 500000^{0.5} + 0.3 \cdot 1500000^{0.5} - 100 \simeq 762$
Daher $e = 1$ und $E(\pi) = 0.3 \cdot 10 + 0.4 \cdot 15 + 0.3 \cdot 17 - 0.7 \cdot 0.5 - 0.3 \cdot 1.5 = 13.3.$

$\Rightarrow$ Lösung ist Schema 3

4. Die Nutzenfunktion der Angestellten A ist $U = 4\sqrt{w} - 2e$, bei Lohn w und Arbeitseinsatz e (0 oder 1). Der Reservationsnutzen von A ist 9. Der Umsatz der risikoneutralen Unternehmerin B ist abhängig vom Arbeitseinsatz von A und vom Zufall mit Wahrscheinlichkeiten laut Tabelle. B bietet A einen umsatzabhängigen Lohn an:

   Wenn $R = 20$ dann w_l, wenn $R = 40$ dann w_h.

   Bestimme die Löhne $w_l = \boxed{4.2}$ und $w_h = \boxed{9.3}$ im Gewinnoptimum.

	Umsatz	
	$R = 20$	$R = 40$
$e = 0$	0.8	0.2
$e = 1$	0.3	0.7

Lösung: $U(e=0) = 0.8(4\sqrt{w_l}) + 0.2(4\sqrt{w_h})$, $\quad U(e=1) = 0.3\left(4\sqrt{w_l} - 2\right) + 0.7\left(4\sqrt{w_h} - 2\right)$

NB's: Anreizkompatibel $E[U(e=1)] \geq E[U(e=0)]$, Partizipation $E[U(e=1)] \geq 9$
$\rightarrow$ Gewinnmaximum bei $E[U(e=1)] = E[U(e=0)]$ und $E[U(e=1)] = 9$
$\rightarrow$ $w_l = 4.2$, $w_h = 9.3$

$\rightarrow$ $\mathrm{E}(\pi) = 0.3\,(20 - 4.2) + 0.7\,(40 - 9.3) \simeq 26.23$

5. Viele Firmen offerieren Praktika für WU-Absolventen. Sie wissen, dass 30% davon *low productivity* (l) sind und je Person 1800 erwirtschaften. Die übrigen sind *high productivity* (h) und erwirtschaften 3300. Das Lohnangebot basiert auf einem Aufnahmetest (mit $F =$ Anzahl richtig beantworteter Fragen): Wenn $F < 20$ dann $w = 1800$, sonst $w = 3300$. Zum Erlernen einer Frage brauchen h–Typen 0.5 Stunden, l–Typen 1 Stunde. Beiden Typen ist eine Stunde Freizeit (nicht lernen) 20 Euro wert. Bestimme

   (a) optimale Anzahl an Lernstunden der l-Typen $\boxed{20}$ und der h-Typen $\boxed{10}$

   (b) ob das ein Trenn-Ggw. oder ein pooling Gleichgewicht ist $\boxed{\text{pooling}}$